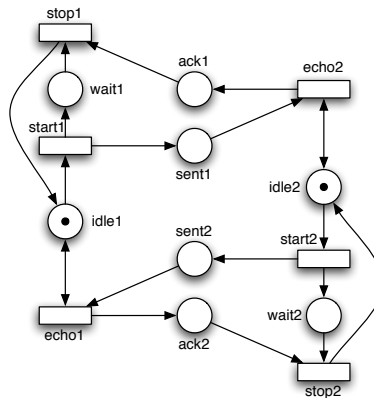


# Processos e Concorrência

## Exercícios

14 de Setembro de 2007

1. Considere a seguinte rede de petri elementar que modela um protocolo de conversa cruzada.



- Calcule o grafo de acessibilidade que representa a evolução do seu comportamento.
- Identifique estados onde pares de acções possam ocorrer concorrentemente ou estejam em conflito.
- Especifique em CTL as seguintes propriedades:
  - A rede é invertível.
  - Depois de enviar uma mensagem um processo recebe sempre um *acknowledgement*.
  - Depois de enviar uma mensagem um processo só fica *idle* depois de receber um *acknowledgement*.
  - Um processo pode ficar bloqueado à espera.
- Usando verificação directa de modelos determine a validade da seguinte fórmula CTL.

$$AG(wait_1 \supset E[-idle_1 U ack_1])$$

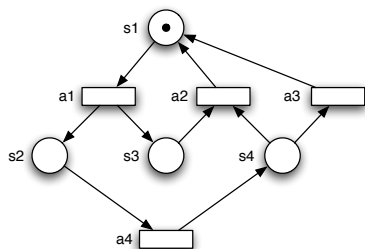
2. Pretende-se modelar um somador de dois bits usando redes P/T. A seguinte figura apresenta a estrutura genérica do somador e alguns exemplos de somas.

$$\begin{array}{r}
 a_1 \quad a_0 \\
 + \quad b_1 \quad b_0 \\
 \hline
 c_2 \quad c_1 \quad c_0
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 1 \quad 0 \\
 + \quad 0 \quad 1 \\
 \hline
 0 \quad 1 \quad 1
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 1 \quad 1 \\
 + \quad 0 \quad 1 \\
 \hline
 1 \quad 0 \quad 0
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 1 \quad 1 \\
 + \quad 1 \quad 1 \\
 \hline
 1 \quad 1 \quad 0
 \end{array}$$

Cada bit de entrada e saída deve ser representado por um lugar da rede. No início os lugares  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $b_0$  e  $b_1$  estarão marcados se o respectivo bit tiver o valor 1. O objectivo é marcar os lugares de saída  $c_0$ ,  $c_1$  e  $c_2$  de acordo com

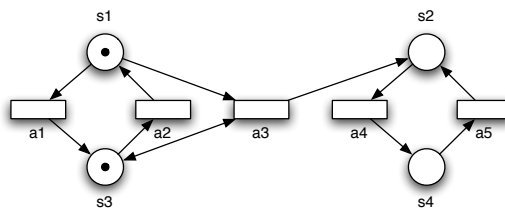
o resultado esperado. Para tal pode inserir quantos lugares e acções desejar, devendo a soma estar concluída quando a rede bloquear. Dado que se está a usar uma rede P/T, os lugares podem temporariamente ter mais do que uma marca. Pode também usar lugares com capacidade explícita e arcos inibidores.

3. Considere a seguinte rede P/T.



- (a) Usando técnicas de verificação estrutural demonstre que sempre que  $s_2$  ou  $s_4$  estão marcados então  $s_3$  está necessariamente marcado.
- (b) Calcule o grafo de cobertura que representa a evolução do seu comportamento. É possível demonstrar a propriedade anterior recorrendo a este grafo? Justifique a sua resposta.

4. Considere a seguinte rede P/T.

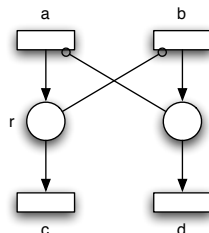


- (a) Calcule o grafo de acessibilidade que representa a evolução do seu comportamento.
- (b) Usando técnicas de verificação estruturais demonstre que  $S_2$  e  $s_4$  em conjunto nunca contêm mais do que uma marca.
- (c) Especifique em CTL as seguintes propriedades:
  - i.  $S_2$  e  $s_4$  em conjunto nunca contêm mais do que uma marca.
  - ii. Se  $s_1$  e  $s_3$  estiverem ambos marcados então  $s_2$  pode estar marcado no estado seguinte.
  - iii. Antes de  $s_2$  estar marcado  $s_1$  e  $s_3$  em conjunto contêm sempre 2 marcas.
- (d) Usando verificação directa de modelos determine a validade da seguinte fórmula CTL.

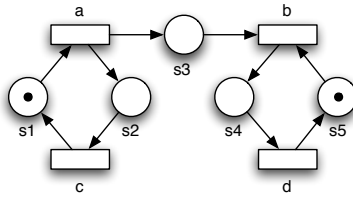
$$AF (AG s_1 \neq 2)$$

5. Considere a seguinte rede elementar.

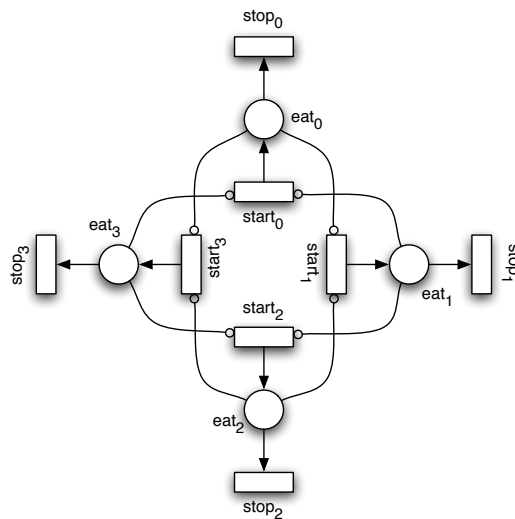
- (a) Modele a sua relação de acessibilidade usando lógica proposicional. Caso deseje, pode usar a sintaxe do SMV para o fazer.
- (b) Converta esta rede numa equivalente livre de contactos e sem arcos inibidores.
- (c) Usando técnicas de verificação estruturais demonstre a exclusão mútua entre  $r$  e  $s$ .



6. Pretende-se modelar um sistema de gestão de submissões de artigos para conferências usando redes P/T. As submissões só podem começar depois de emitido o *call for papers*. O período de submissão só pode acabar quando existirem pelo menos 10 artigos submetidos. Depois de submetidos, os artigos são avaliados podendo ser rejeitados ou aceites. No máximo são aceites 5 artigos. Quando todos estão avaliados são afixados os resultados e termina o processo. Pode usar lugares com capacidade explícita e arcos inibidores.
7. Considere a seguinte rede P/T invertível mas não limitada.



- (a) Consegue demonstrar a sua invertibilidade recorrendo ao grafo de cobertura?
- (b) Considerando agora que a rede é elementar, represente a sua relação de acessibilidade usando lógica proposicional. Caso deseje, pode usar a sintaxe do SMV para o fazer.
- (c) Determine a validade da fórmula  $EX s_3$  usando técnicas de verificação simbólica. Para simplificar os cálculos considere a restrição da relação de acessibilidade apenas à acção  $a$ .
8. Considere a seguinte rede elementar com arcos inibidores que modela o jantar de 4 filósofos numa mesa onde só existem 4 garfos. Sempre que o filósofo  $i$  começa a jantar necessita dos garfos  $i$  e  $i + 1$ , impedindo os filósofos  $i - 1$  e  $i + 1$  de jantar.



- (a) Calcule o grafo de acessibilidade que representa a evolução do seu comportamento.
- (b) Modele essa relação de acessibilidade usando lógica proposicional. Caso deseje, pode usar a sintaxe do SMV para o fazer.
- (c) Especifique em CTL as seguintes propriedades:

- i. Filósofos vizinhos nunca jantam juntos.
  - ii. O primeiro filósofo pode começar a comer e nunca mais parar.
  - iii. Os filósofos começam a jantar por ordem.
- (d) Usando verificação directa de modelos determine a validade da seguinte fórmula CTL.

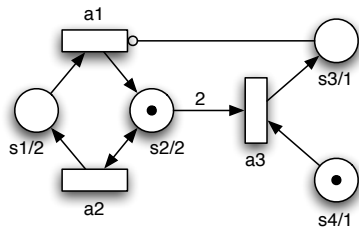
$$EF(A[eat_1 U eat_3])$$

- (e) Converta esta rede numa equivalente livre de contactos e sem arcos inibidores.

9. Uma máquina de distribuição de comida aceita moedas de 1€ e 2€, sendo possível comprar café por 1€ e chocolates por 3€. Depois de escolhido o produto a máquina devolve o troco ao utente usando as moedas previamente inseridas. Não é possível escolher um novo produto enquanto o troco correcto não for devolvido. Para evitar que a máquina bloqueie pode ser necessário que o utente insira mais algumas moedas que facilitem o troco (por exemplo, se a máquina ainda não tiver moedas e o utente inserir 2€ para retirar um café, a máquina só desbloqueia quando alguém lhe inserir 1€, possibilitando a devolução da moeda de 2€ inserida inicialmente).

- (a) Modele esta máquina recorrendo a uma rede P/T, tendo em atenção a alínea seguinte, onde são especificadas as propriedades desejadas para o sistema. Pode usar lugares com capacidade explícita e arcos inibidores.
- (b) Especifique as seguintes propriedades usando lógica CTL:
- i. Não é possível pedir simultaneamente café e chocolate.
  - ii. Quando um utente pede um chocolate este só é entregue depois do saldo ultrapassar 3€.
  - iii. É sempre devolvido o troco correcto.

10. Considere a seguinte rede P/T.

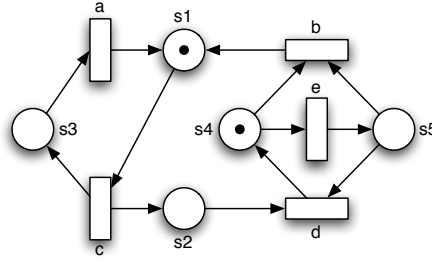


- (a) Calcule o grafo de acessibilidade que representa a evolução do seu comportamento.
- (b) Usando verificação directa de modelos determine a validade da seguinte fórmula CTL.

$$AG (s_1 = 2 \supset (s_3 = 1 \wedge s_2 > 0))$$

- (a) Calcule a rede equivalente livre de contactos e sem arcos inibidores, minimizando o número de lugares complementares inseridos.
- (b) Modele a relação de acessibilidade da versão limitada da rede usando lógica proposicional. Caso deseje, pode usar a sintaxe do SMV para o fazer.
- (c) Considerando agora que os lugares não tem capacidade limitada, caracterize esta rede quanto à finitude, animação e invertibilidade. Comece por definir estas propriedades e justifique se é possível demonstrá-las usando o grafo de cobertura.

11. Considere a seguinte rede de petri elementar.

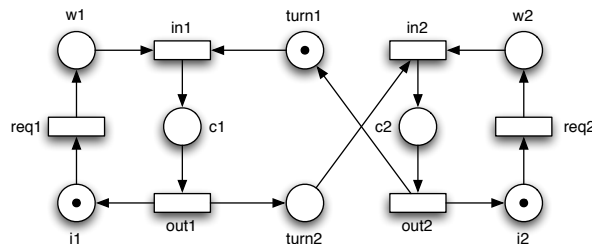


- (a) Calcule o grafo de acessibilidade que representa a evolução do seu comportamento.
- (b) Identifique estados onde pares de acções possam ocorrer concorrentemente.
- (c) Especifique em CTL as seguintes propriedades:
  - i. A rede é invertível.
  - ii.  $s_4$  e  $s_5$  estão em exclusão mútua.
  - iii. Se  $s_1$  e  $s_5$  estão marcados então  $s_3$  e  $s_2$  estão necessariamente marcados no estado seguinte.
  - iv.  $s_1$  e  $s_3$  estão marcados alternadamente.
- (d) Usando verificação directa de modelos determine a validade da seguinte fórmula CTL.

$$AG(S_5 \supset A[s_2 R s_5])$$

- (e) Represente a sua relação de acessibilidade usando lógica proposicional. Caso deseje, pode usar a sintaxe do SMV para o fazer.
- (f) Considerando agora que é uma rede P/T, caracterize-a quanto à finitude, animação e invertibilidade. Comece por definir estas propriedades e justifique se é possível demonstrá-las usando o grafo de cobertura.
- (g) Usando arcos inibidores e/ou capacidades explícitas nos lugares, apresente uma rede equivalente o mais pequena possível.
- (h) Usando técnicas de verificação estrutural demonstre a exclusão mútua entre  $s_4$  e  $s_5$ .

12. Considere a seguinte rede elementar que modela um mecanismo para garantir a exclusão mútua baseado num *mutex*.

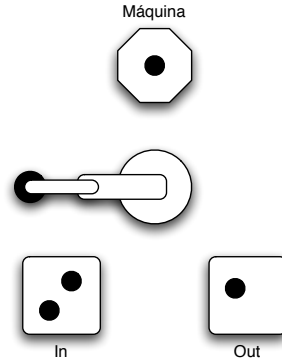


- (a) Calcule o grafo de acessibilidade que representa a evolução do seu comportamento.
- (b) Uma das propriedades desejadas nos mecanismos de exclusão mútua é a prioridade: o primeiro processo a requisitar o acesso à região crítica é o primeiro a entrar nessa região. Usando verificação directa de modelos determine se esta propriedade se verifica para o primeiro processo, ou seja, determine a validade da seguinte fórmula CTL.

$$AG((w_1 \wedge i_2) \supset (c_1 AR \neg c_2))$$

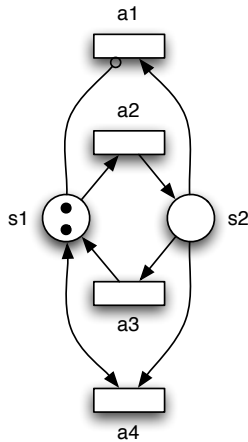
13. Pretende-se modelar e especificar uma célula de fabrico recorrendo a redes de Petri e lógica temporal.

Esta célula é composta por uma máquina CNC que pode maquinar até duas peças de metal simultaneamente. Para além da máquina existe um braço robotizado que é usado para transportar as peças em bruto da mesa de entrada para a máquina, e as peças acabadas desta para a mesa de saída.



- (a) Modele esta célula de fabrico recorrendo a uma rede P/T, garantindo que o sistema não entra em *deadlock* e que é possível aproveitar a capacidade máxima da máquina. Tenha também em atenção a alínea seguinte, onde são especificadas as propriedades desejadas para o sistema. Pode usar lugares com capacidade explícita e arcos inibidores.
- (b) Especifique as seguintes propriedades usando lógica CTL:
- i. A máquina nunca pode ter mais do que duas peças.
  - ii. Sempre que há peças na mesa de entrada mais tarde haverá peças na mesa de saída.
  - iii. É sempre possível retirar as peças todas da máquina.
  - iv. Só pode aparecer a primeira peça na mesa de saída depois de haver peças na máquina.

14. Considere a seguinte rede P/T.

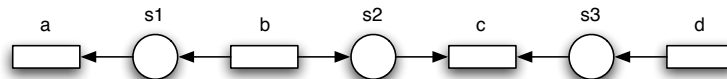


- (a) Calcule o grafo de acessibilidade que representa a evolução do seu comportamento.
- (b) Usando verificação directa de modelos determine a validade da seguinte fórmula CTL.

$$AF (s_2 > 0 \ AR \ s_1 = 0)$$

- (c) Considerando que ambos os lugares são limitados a 2 marcas, represente o seu grafo de acessibilidade usando lógica proposicional. Caso deseje, pode usar a sintaxe do SMV para o fazer.

15. Considere a seguinte rede elementar.



- (a) Calcule o grafo de acessibilidade que representa a evolução do seu comportamento.

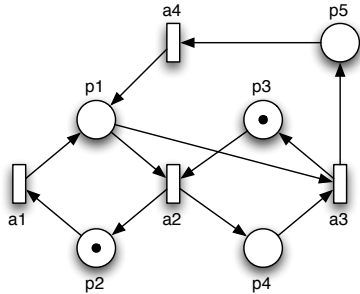
- (b) Usando verificação directa de modelos determine a validade da seguinte fórmula CTL.

$$s_3 \text{ AU } s_1$$

16. Num casino são usadas fichas com o valor nominal de 2€ para jogar nas *slot-machines*. Quando não quiser jogar mais, um jogador pode dirigir-se a uma máquina que lhe permite trocar as fichas sobrantes por dinheiro. O jogador começa por inserir as fichas nesta máquina e quando pede para trocar, o saldo respectivo é convertido em notas de 5€ e moedas de 1€. Só podem ser inseridas mais fichas depois de todo o saldo ter sido convertido. No máximo, só podem ser convertidas 20 fichas de cada vez. Idealmente, deve ser minimizado o número de moedas devolvido.

- (a) Modele esta máquina recorrendo a uma rede P/T, tendo em atenção a alínea seguinte, onde são especificadas as propriedades desejadas para o sistema. Pode usar lugares com capacidade explícita e arcos inibidores.
- (b) Especifique as seguintes propriedades usando lógica CTL:
- O saldo nunca é superior a 40€.
  - Sempre o saldo for superior a 5€ terá que ser devolvida pelo menos uma nota.
  - Depois de o jogador pedir para trocar as fichas em dinheiro só podem ser devolvidas moedas quando o saldo for inferior a 5€.

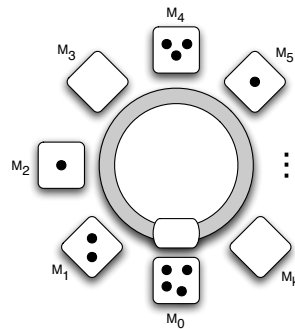
17. Considere a seguinte rede P/T.



- (a) Verifique que a rede é estruturalmente limitada.
- (b) Usando arcos inibidores e/ou capacidades explícitas nos lugares, apresente uma rede equivalente o mais pequena possível.

18. Um carro automatizado é usado para recolher peças de um conjunto de mesas dispostas circularmente.

As peças são todas idênticas. O carro tem capacidade para 10 peças e desloca-se sempre no sentido dos ponteiros do relógio ao longo de uma faixa cinzenta que lhe serve de guia. O objectivo é recolher peças das mesas 1 até  $k$  e colocá-las na mesa 0. Ao passar pela mesa 0 o carro só avança depois de descarregar todas as peças. Idealmente, ao passar por uma das outras mesas só deve avançar quando não puder recolher mais peças.



- (a) Modele este sistema recorrendo a uma rede P/T para o caso em que  $k = 2$ , tendo em atenção a alínea seguinte, onde são especificadas as propriedades desejadas para o sistema. Pode usar lugares com capacidade explícita e arcos inibidores.
- (b) Especifique as seguintes propriedades usando lógica CTL:

- i. O carro nunca transporta mais do que 10 peças.
- ii. É sempre possível descarregar todas as peças do carro.
- iii. Quando passa pela mesa 0 o carro não avança enquanto não descarregar todas as peças.